

## Papel del análisis didáctico en el diseño de planes de formación de profesores de matemáticas

*Pedro Gómez\**

*María J. González\*\**

### RESUMEN

Diversos programas de formación de profesores de matemáticas que se realizan en España y Colombia se basan en el modelo del análisis didáctico. El análisis didáctico es un procedimiento sistemático con el que se espera que los profesores en formación analicen un tema concreto de las matemáticas escolares, de tal forma que la información que surja de ese análisis les sea útil para diseñar una unidad didáctica, fundamentar y justificar dicho diseño, llevarlo a la práctica y evaluarlo. En este documento presentamos las principales ideas que fundamentan el diseño de planes de formación de profesores de matemáticas que se basan en ese modelo, y presentamos un ejemplo de un plan de ese tipo.

El análisis didáctico se ha venido utilizando desde hace varios años como fundamento para el diseño de planes de formación de profesores de

matemáticas en España y Colombia. Remitimos al lector a las diversas descripciones y ejemplos que existen en la literatura sobre este procedimiento (p. ej., Gómez, 2007, 2012). En este documento, nos basamos en una posición acerca del aprendizaje del análisis didáctico para mostrar cómo ese procedimiento y esa visión de su aprendizaje permiten fundamentar planes de formación de profesores de matemáticas. El documento se divide en tres partes. En la primera, describimos nuestra posición sobre el aprendizaje del análisis didáctico y los organizadores del currículo. En la segunda, presentamos las principales ideas que guían el diseño de los planes de formación basados en ese modelo. En la tercera, describimos las principales características de un plan de formación de profesores de matemáticas de secundaria que sigue esas ideas.

\* Universidad de los Andes. Dirección electrónica: [argeifontes@gmail.com](mailto:argeifontes@gmail.com)

\*\* Universidad de Cantabria. Dirección electrónica: [gonzalelm@unican.es](mailto:gonzalelm@unican.es)

## APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS DIDÁCTICO

El análisis didáctico es un procedimiento cíclico que se organiza en cuatro análisis: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación. Cada análisis está compuesto de varios organizadores del currículo. Un organizador del currículo (a) es una noción que forma parte del conocimiento disciplinar de la educación matemática y (b) permite analizar un tema de las matemáticas escolares con el propósito de producir información sobre el tema que sea útil en el diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas (Rico, 1997, pp. 45-46).

El análisis didáctico permite establecer el conocimiento didáctico que se espera desarrollar en los planes de formación. Es el conocimiento necesario para realizar un ciclo del análisis didáctico. El conocimiento didáctico, además de involucrar el conocimiento teórico de los organizadores del currículo, también implica el conocimiento técnico necesario para analizar un tema con los organizadores del currículo y el conocimiento práctico que permite usar la información que surge de esos análisis con un propósito didáctico. Por consiguiente, el conocimiento didáctico no es un conocimiento que se pueda aprender con base en un esquema de transmisión y recepción de información. Por estas razones, asumimos una posición sociocultural del aprendizaje (Gómez & Rico, 2007) en virtud de la cual supondremos, de aquí en adelante, que los profesores aprenden cuando (a) trabajan en grupo, sobre un tema matemático concreto; (b) negocian significados y llegan a acuerdos para presentar el resultado de su trabajo a los compañeros periódicamente; (c) interpretan y reaccionan a los comentarios de los formadores; y (d) comparan su trabajo con el de los demás grupos, negocian significados con ellos, y comentan y critican esos trabajos.

Nosotros esperamos que, con el propósito de desarrollar su conocimiento didáctico y en relación con un tema de las matemáticas escolares para el que diseñarán una unidad didáctica, los profesores en formación sean capaces de (a) analizar el tema con cada organizador del currículo a efectos de producir información sobre el tema que sea útil para otros análisis o para el diseño, implementación y evaluación de la unidad didáctica; (b) usar la información producida por otros organizadores del currículo en nuevos análisis o en el diseño de la unidad didáctica; y (c) organizar y relacionar la información recogida para proponer un diseño fundamentado y justificado de la unidad didáctica, y para ejecutar los protocolos de implementación y evaluación previstos. Estos aspectos establecen tres tipos de conocimiento que un profesor en formación puede desarrollar en relación con un organizador del currículo:

(a) conocer alguna descripción teórica del organizador del currículo de tal forma que, por ejemplo, sea capaz de distinguir instancias de esa noción con respecto a un tema de las matemáticas escolares; (b) conocer las técnicas necesarias para usar el organizador del currículo como herramienta de análisis de un tema de las matemáticas escolares y producir información relevante sobre el tema; y (c) conocer las técnicas necesarias para usar la información obtenida sobre el tema para tomar decisiones a la hora de analizarlo con otro organizador del currículo o para el diseño de la unidad didáctica. Llamamos a estos tres tipos de conocimiento *significado*, *uso técnico* y *uso práctico* de un organizador del currículo (Gómez & González, 2009; González & Gómez, en revisión). Corresponden, dentro del contexto que nos ocupa, a las tres categorías aristotélicas —*episteme*, *techne* y *frónesis*— (Aristóteles, 1984), que han sido adoptadas y adaptadas por diversos autores para referirse al conocimiento del profesor y para explorar la dualidad entre la teoría y la práctica en la formación de profesores (Back, 2002; Saugstad, 2005). Describimos a continuación estos tipos de conocimiento del profesor en formación.

*Significado.* El significado de un organizador del currículo es específico a un programa de formación. Se refiere al conocimiento disciplinar relacionado con esa noción que los formadores de ese programa han seleccionado —porque lo consideran útil para la planificación— como opción dentro de aquellos disponibles en la literatura. El significado de un organizador del currículo se presenta en términos de sus propiedades y sus relaciones con otros conceptos. Estas ideas clave caracterizan el significado del organizador del currículo como conocimiento teórico y lo diferencian de los significados que el término puede tener por fuera de la educación matemática o en el lenguaje común.

*Uso técnico.* El análisis de un tema con un organizador del currículo requiere que se ponga en juego su significado. En general, este proceso implica instrumentalizar las ideas clave que lo caracterizan, configurando técnicas que permitan producir información sobre el tema. Estas técnicas deben entonces satisfacer dos condiciones: (a) estar basadas en el significado del organizador del currículo y (b) dar lugar a la producción de información sobre el tema analizado que pueda ser usada en la planificación. Entre la variedad de técnicas que satisfacen estas condiciones, los formadores escogen y proponen aquellas que consideran más eficaces y eficientes para el análisis del tema. Las técnicas que caracterizan el uso técnico de un organizador del currículo dependen del organizador del currículo y del tema. Es decir, el uso técnico es un conocimiento orientado hacia la producción, variable y dependiente del contexto.

*Uso práctico.* La información que surge del uso técnico de un organizador del currículo ha de ser útil en la planificación. Llamamos uso práctico de un organizador del currículo al conjunto de técnicas que satisfacen las siguientes condiciones: (a) usan la información que surge del uso técnico y (b) permiten tomar decisiones acerca de la planificación. Estas decisiones tienen lugar, ya sea cuando se analiza el tema con otros organizadores del currículo, o cuando se analizan y seleccionan tareas para la planificación. Entre la variedad de técnicas que satisfacen estas condiciones, los formadores escogen y proponen aquellas que consideran más eficaces y eficientes para el proceso de planificación. Como el uso técnico, el uso práctico es un conocimiento de tipo práctico. En este caso está orientado a la acción: se trata de tomar decisiones para la planificación con base en la información que surge del uso técnico.

Se podría pensar que los profesores en formación deben primero desarrollar el significado del organizador del currículo, para después ponerlo en juego en el análisis del tema y utilizar la información que surge en otros análisis. No obstante, las indagaciones preliminares que hemos hecho nos muestran que este proceso "canónico" sucede rara vez en la práctica (Gómez, 2007; González & Gómez, 2008, en revisión). El proceso dinámico en el que los profesores en formación desarrollan de una manera simultánea e interdependiente su significado, uso técnico y uso práctico se encuentra en la base de algunas de las pautas para el diseño de planes de formación de profesores de matemáticas que abordamos a continuación.

## **ENSEÑAR ANÁLISIS DIDÁCTICO. DISEÑO DE PROGRAMAS**

En este apartado, establecemos algunas ideas que pueden guiar el diseño de programas formación, basados en el modelo del análisis didáctico. En el siguiente apartado, describiremos cómo hemos puesto en práctica estas ideas en el diseño de un programa particular de formación. Abordamos la problemática del diseño de programas atendiendo a las dimensiones del currículo: expectativas de aprendizaje, contenidos, metodología y evaluación.

### **EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE**

Las expectativas de aprendizaje tienen en cuenta que el conocimiento didáctico es una amalgama de conocimiento teórico, técnico y práctico. Esta característica del conocimiento didáctico, como expectativa de aprendizaje, orienta el contenido, la metodología y la evaluación de los programas.

## CONTENIDO

La estructura del análisis didáctico sugiere una forma natural de organizar el contenido de los programas de formación. Esta es la función principal del análisis didáctico en el diseño de programas de formación que describimos a continuación.

Una vez que se ha realizado la contextualización, los contenidos del programa siguen, de manera secuencial, la lógica de los cuatro análisis del análisis didáctico: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación. Esta lógica se basa en la idea de que, dentro de este orden, la realización de uno de los análisis requiere de la información que surge de los análisis previos (Gómez, 2002). En el interior de cada análisis, el contenido se organiza de acuerdo con los organizadores del currículo que lo configuran.

Los formadores encargados del diseño del programa deben, de las posibilidades disponibles en la literatura, escoger una opción para el significado de cada organizador del currículo. Ese será el significado de la noción que se espera que los profesores en formación desarrollen en el plan de formación. Los formadores deberán basarse en las ideas clave que caracterizan ese significado para diseñar y seleccionar las técnicas que propondrán dentro del plan de formación para el uso técnico y el uso práctico de cada organizador del currículo.

## METODOLOGÍA

Consideramos que los profesores en formación aprenden

- 1 al poner en práctica los organizadores del currículo para analizar un tema matemático concreto;
- 2 al trabajar a lo largo de todo el programa sobre un mismo tema de las matemáticas escolares;
- 3 al trabajar en grupo y tener que llegar a acuerdos, con motivo de la obligación de presentar los resultados de su trabajo a sus compañeros;
- 4 al tener que contribuir individualmente al trabajo del grupo;
- 5 al reaccionar sistemática y periódicamente a los comentarios de formadores a los borradores y las versiones finales de sus trabajos;
- 6 al observar el trabajo de otros grupos sobre temas matemáticos diferentes, pero usando el mismo organizador del currículo;

- 7 al tener que comentar y criticar el trabajo de otros grupos; y
- 8 al tener que presentar un trabajo final que recoja la experiencia global e identifique sus fortalezas y debilidades, con el propósito de mejorarla.

Nuestra experiencia y algunas de las investigaciones que hemos realizado (Gómez, 2007; Gómez & Restrepo, 2010) muestran que estas pautas metodológicas promueven el interés y el compromiso de los profesores en formación y los grupos por el trabajo que deben realizar y contribuyen al desarrollo de su conocimiento didáctico.

## EVALUACIÓN

Nos centramos en la evaluación formativa de los programas de formación. Como hemos resaltado en el apartado anterior, los estudiantes y los grupos aprenden al abordar tareas profesionales que involucran los organizadores del currículo y al interactuar con compañeros, y formadores en la realización de esas tareas. La interacción con formadores configura entonces una parte importante de los procesos de evaluación. Esta interacción tiene lugar usualmente en cinco ámbitos del diseño metodológico del programa:

1. En clase, cuando el formador introduce el organizador del currículo, y los estudiantes y los grupos realizan ejercicios relacionados con su tema u otro tema.
- 9 Durante el tiempo en el que los grupos trabajan produciendo borradores o versiones finales del análisis de su tema con un organizador del currículo.
- 10 En las reacciones formales de los formadores a los borradores y versiones finales del trabajo de los grupos.
- 11 En la discusión que tiene lugar cuando los grupos presentan su trabajo a los demás grupos.
- 12 En la producción y revisión del documento final.

En todos estos ámbitos tiene lugar el mismo proceso: los grupos tienen una tarea que deben realizar y para la que deben presentar un resultado; los grupos producen propuestas de solución a la tarea, y los formadores estudian estas propuestas y reaccionan a ellas. La actuación de los formadores es naturalmente variada en forma y contenido. Los formadores pueden constatar cuestiones que consideran relevantes del trabajo de los grupos; sugerir cambios o estrategias para mejorar el trabajo; complementar o aclarar información; o valorar el trabajo de los grupos (Arias & Gómez, 2011). No

obstante, esta actuación se concreta en un propósito central: aprovechar la tarea para contribuir al aprendizaje de los profesores en formación a través de promover el desarrollo del significado, el uso técnico y el uso práctico de los organizadores del currículo.

## **MAD. EJEMPLO DEL DISEÑO DE UN PROGRAMA**

Hemos puesto en práctica estas ideas para el diseño de un programa de formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria. Describimos en este apartado sus características principales. En Gómez et al. (2010) y Gómez & Restrepo (2010) se encuentran descripciones más detalladas de este programa.

MAD (Maestría en Análisis Didáctico) es un programa de maestría de profundización, en el contexto de la maestría en educación de la Universidad de los Andes (Bogotá, Colombia). En él participan formadores de la Universidad de los Andes y de las universidades españolas de Almería, Cantabria y Granada. Está enfocado a profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio, tiene una duración de dos años y centra su atención en la autonomía que los profesores colombianos tienen para diseñar y desarrollar el currículo (Gómez & Restrepo, 2011; Restrepo & Gómez, 2011).

## **OBJETIVOS**

Los objetivos del programa siguen las pautas presentadas en el apartado anterior. El programa pretende contribuir al desarrollo del conocimiento didáctico de los profesores en formación, al proporcionarles oportunidades para que, al realizar un ciclo de análisis didáctico, puedan

- avanzar en la constatación y la comprensión de la complejidad inherente a las matemáticas escolares,
- identificar y organizar los múltiples significados del tema,
- hacer una previsión de las actuaciones de los escolares al abordar tareas,
- diseñar una unidad didáctica,
- diseñar los instrumentos de observación que permitan evaluar el aprendizaje y la enseñanza,
- implementar el diseño curricular propuesto en su centro,
- evaluar la relevancia y eficacia de la planificación realizada y
- producir un informe sobre la experiencia.

## CONTENIDO

El programa consta de ocho módulos distribuidos en cuatro semestres, cuyo contenido se describe en la tabla 1.

| <p><i>Tabla 1</i><br/><i>Contenido del Programa</i></p> |  |
|---|--|
| <i>Módulo</i>   | <i>Contenido</i>   |
| <b>Semestre 1</b>                                       |  |
| 1. Currículo  | Introducción al programa<br>Introducción al análisis didáctico<br>La noción de currículo en matemáticas<br>El currículo de las matemáticas de secundaria en Colombia y España<br>Realidad curricular del profesor de matemáticas en Colombia |
| 2. Análisis de contenido                                | La noción de contenido en las matemáticas escolares<br>Estructura conceptual<br>Sistemas de representación<br>Fenomenología  |
| <b>Semestre 2</b>                                       |  |
| 3. Análisis cognitivo                                   | Expectativas de aprendizaje (competencias, estándares, objetivos, capacidades)<br>Limitaciones de aprendizaje (errores y dificultades)<br>Hipótesis de aprendizaje (camino de aprendizaje)   |
| 4. Análisis de instrucción                              | Noción de tarea en matemáticas: diseño, análisis y selección<br>Agrupamiento, organización e interacción<br>Materiales y recursos, resolución de problemas<br>Secuenciación de tareas: diseño, análisis y selección                          |
| <b>Semestre 3</b>                                       |  |
| 5. Análisis de actuación                                | Evaluación para el aprendizaje<br>Diseño de instrumentos para la observación del aprendizaje y la enseñanza<br>Secuencia de evaluación<br>Diseño de una unidad didáctica<br>Puesta en práctica de la planificación                           |
| 6. Análisis de datos                                    | Diseño de la evaluación de la experiencia en el aula<br>Instrumentos y procedimientos para la recolección y codificación de la información<br>Instrumentos y procedimientos para el análisis de datos sobre el aprendizaje y la enseñanza    |



| <p style="text-align: center;"><i>Tabla 1</i><br/><i>Contenido del Programa</i></p> |   |
|---|---|
| <i>Módulo</i>   | <i>Contenido</i>  |
| <i>Semestre 4</i>   |   |
| 7. Evaluación de la planificación   | Resultados del análisis de la puesta en práctica<br>Revisión de la planificación<br>Balance estratégico de los resultados |
| 8. Informe  | Producción del informe<br>Presentación del trabajo final<br>Perspectivas<br>Conclusiones                                  |

## METODOLOGÍA

La metodología de MAD sigue las directrices que presentamos en el apartado anterior. Como se describe en la tabla 1, el programa tiene una duración de cuatro semestres. En cada semestre se cursan dos módulos consecutivos y cada módulo tiene una duración de nueve semanas. El contenido de cada módulo se refiere, ya sea a un análisis o aspecto del análisis didáctico, o al análisis de la implementación de la unidad didáctica.

Los profesores en formación se organizan en grupos de 4 o 5 personas. Cada grupo trabaja en un tema matemático concreto<sup>1</sup>. Cada grupo tiene asignado un tutor que lo acompaña a lo largo de todo el programa. Su función es comentar el trabajo del grupo guiándolo en cada una de las actividades. Los grupos reciben también el apoyo permanente del coordinador local quien está a cargo de la gestión del programa.

Los temas se seleccionan en función de las asignaturas que los profesores en formación esperan dictar en el segundo año, con el fin de llevar a la práctica su propuesta de diseño curricular. Cada grupo realiza un ciclo de análisis didáctico sobre su tema a lo largo de los dos años del programa. Al final de los primeros cinco módulos, los grupos producen un diseño de la unidad didáctica. Los tres últimos módulos se centran en la implementación de la unidad didáctica, la recolección y análisis de la información con motivo de esta implementación y la producción del informe de la experiencia global.

En la primera semana de cada módulo, con motivo de la visita del formador español encargado del mismo, los estudiantes tienen clases presenciales todos

<sup>1</sup> En la promoción 2010-2011, los temas fueron números enteros, noción de variable, sistemas de ecuaciones lineales y funciones trigonométricas.

los días. En estas sesiones, el formador presenta las ideas clave del módulo, y establece las actividades que los grupos deberán realizar en el resto del módulo. Durante las siguientes ocho semanas, los estudiantes se reúnen en la Universidad de los Andes, viernes en la tarde y sábado en la mañana.

Cada módulo se configura alrededor de cuatro actividades en las que los grupos interactúan con formadores y tutores en la realización de su trabajo. El trabajo de los estudiantes y los grupos en las dos semanas de una actividad se organiza como se muestra en la tabla 2. Al final de la sesión del sábado de la semana anterior, los grupos organizan su trabajo para la actividad. Del lunes al jueves de la primera semana, los miembros de cada grupo trabajan individualmente e interactúan virtualmente. A cada estudiante se le ha asignado un grupo, que trabaja sobre un tema matemático diferente al suyo, al cual debe reaccionar sistemática y periódicamente al observar su trabajo final. Al comienzo de la sesión del viernes de la primera semana, cada estudiante introduce en un foro virtual sus comentarios y críticas a la presentación de la actividad anterior del grupo que le fue asignado. Durante el resto de esta sesión y la mayor parte de la sesión del sábado, los grupos preparan su borrador de la actividad, que envían a su tutor y al formador encargado del módulo. Al comienzo de la semana siguiente, cada grupo recibe los comentarios de su tutor al borrador enviado. Los estudiantes trabajan individualmente de lunes a jueves a partir de estos comentarios y el viernes se reúnen para preparar su presentación. El sábado cada grupo hace una presentación de diez minutos a todos sus compañeros y al coordinador local. Los formadores españoles pueden asistir virtualmente a estas presentaciones o ver posteriormente el video de las mismas.

| Tabla 2                          |                    |   |                        |                    |                  |                                      |
|----------------------------------|--------------------|---|------------------------|--------------------|------------------|--------------------------------------|
| Dos semanas de una actividad     |                    |   |                        |                    |                  |                                      |
| Sem. anterior                    | Semana 1           |   |                        | Semana 2           |                  |                                      |
| sábado                           | lunes a<br>jueves  | viernes   | sábado                 | lunes a<br>jueves  | viernes          | sábado                               |
|                                  | Trabajo individual | Envío comentario individual en foro actividad i-1 | Trabajo en grupo       | Trabajo individual | Trabajo en grupo | Envío actividad i a tutor y formador |
|                                  |                    |   |                        |                    |                  |                                      |
| Organización trabajo actividad i |                    | Trabajo en grupo                                  | Envío borrador a tutor |                    |                  | Presentación y discusión             |
|                                  |                    |   |                        |                    |                  | Organización trabajo actividad i+1   |

## EVALUACIÓN

El tutor produce un documento con comentarios al borrador de su grupo en cada una de las actividades. El grupo se basa en estos comentarios para mejorar su presentación. Adicionalmente, el tutor produce, para cada actividad, un comentario de evaluación del borrador y la presentación de su grupo. Cada grupo recibe, al final de la actividad, estos comentarios, junto con los comentarios del coordinador local, y los comentarios y la nota asignada por el formador encargado del módulo. Este documento y la interacción entre el tutor y el grupo constituyen la base de la evaluación formativa dentro del programa.

La evaluación sumativa de los grupos en cada actividad tiene en cuenta los siguientes aspectos:

- borrador de la actividad,
- documento final sobre la actividad y
- presentación de la actividad al grupo de clase y los formadores.

La evaluación individual tiene en cuenta la evaluación del grupo para las cuatro actividades del módulo, junto con los comentarios individuales del estudiante al trabajo del grupo que tiene asignado para cada una de las actividades.

## ANÁLISIS DIDÁCTICO EN LA PRÁCTICA: LOS TRABAJOS DE LOS GRUPOS

El producto del trabajo de los grupos a lo largo de los dos años del programa es un informe final sobre el diseño, implementación y evaluación de la unidad didáctica. Estos documentos son ejemplos del análisis didáctico en la práctica. Presentan, de manera detallada, un ciclo completo del procedimiento, incluyendo la implementación y la evaluación del diseño curricular. A manera de evaluación del programa, a continuación describimos las principales características de estos documentos<sup>2</sup>.

Los documentos comparten una estructura similar compuesta de tres partes. En la primera parte, se fundamenta, describe y justifica el diseño de la unidad didáctica. Para ello, los grupos atienden a las características curriculares, socioeconómicas y académicas del contexto institucional en el que prevén que van a implementar la unidad didáctica; realizan el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de actuación de su tema; con base en la información que surge de esos análisis proponen el diseño de su unidad didáctica; y justifican ese diseño mostrando, de manera sistemática, que el diseño se adapta a los contextos previamente establecidos y que la secuencia de tareas propuesta puede contribuir eficientemente al logro de las expectativas de aprendizaje previstas. En la segunda parte, los grupos describen la implementación de la unidad didáctica, indicando aquellas modificaciones que, sobre la marcha, realizaron al diseño original. En la tercera parte, los grupos evalúan el diseño e implementación de la unidad didáctica y, con base en esa evaluación, proponen un nuevo diseño. En la figura 1 describimos este proceso.

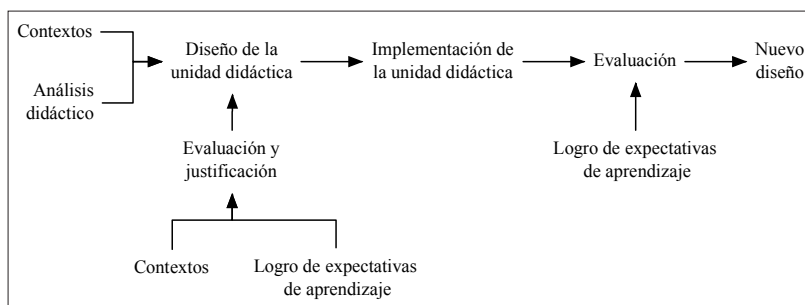


Figura 1. Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas

<sup>2</sup> Los documentos forman parte de una publicación que se encuentra disponible en Internet (Arenas, Becerra, Morales, Urrutia y Gómez, 2012; Becerra, Buitrago, Calderón, Gómez, Cañadas y Gómez, 2012; Bernal, Castro, Pinzón, Torres y Romero, 2012; Cifuentes, Dimaté, Rincón, Velásquez, Villegas y Flores, 2012; Mora, Nieto, Polanía, Romero y González, 2012; Serrano, Moreno, Santoyo, Hernández, Gutiérrez y Lupiáñez, 2012).

Aunque la evaluación del diseño y la implementación de la unidad didáctica implican diversos criterios y procedimientos, en la figura 1 hemos destacado el énfasis que se aprecia en los trabajos en relación con las expectativas de aprendizaje. Este énfasis sigue la propuesta de John (2006) en la que “el núcleo [de la planificación] está fijado por los propósitos y objetivos del plan” (p. 491). Los grupos utilizaron los caminos de aprendizaje para establecer en qué medida el diseño de la unidad didáctica atendía a los objetivos de aprendizaje que habían establecido (Suavita, 2012). Para ello, se basaron en la información que recogieron en el análisis de contenido e identificaron las capacidades que caracterizaban los objetivos, junto con los errores en los que los escolares podían incurrir y las dificultades que daban lugar a esos errores. En el análisis de instrucción, analizaron las tareas con base en estos elementos, pudiendo identificar sus cualidades y deficiencias, a efectos de mejorarlas. Y en el análisis de actuación, se basaron en estas ideas para diseñar los instrumentos con los que iban a recoger y analizar la información que surgiera de la implementación. La evaluación de la implementación se fundamentó en la comparación entre lo que los grupos previeron en su diseño (los caminos de aprendizaje previstos) y aquello que constataron a partir de la información que recogieron y analizaron en la práctica.

Algunas de las tareas que se encuentran en las propuestas de los grupos son innovadoras. Otras lo son menos, en el sentido de que son adaptaciones de tareas que se encuentran en los libros de texto o en Internet. No obstante, los trabajos de los seis grupos son innovadores en otro sentido más importante. Sus propuestas no son sencillamente el fruto de la intuición o de la experiencia no justificada. Estos documentos son el fruto de un trabajo sistemático en el que los grupos analizaron en profundidad su tema, se basaron en esa información para fundamentar, diseñar y justificar su unidad didáctica, y recogieron y analizaron la información que surgió de la implementación para evaluarla y mejorarla. El carácter innovador de estas propuestas se encuentra en mostrar cómo, en la práctica, el análisis didáctico puede fundamentar un conocimiento teórico, técnico y práctico que le permite al profesor en ejercicio abordar su práctica docente de manera eficaz y eficiente.

## DISCUSIÓN

En este capítulo nos propusimos abordar la problemática del diseño de programas de formación de profesores de matemáticas basados en el modelo del análisis didáctico. Este tipo de reflexión es relevante en la coyuntura actual en España, cuando se están diseñando e implementando los nuevos grados

y másteres de profesorado. También es relevante en países latinoamericanos como Colombia en los que las políticas de autonomía curricular revierten en el profesor la mayor parte de las responsabilidades de diseño y desarrollo curricular. Abordamos esta problemática con base en dos fundamentos: una reflexión sobre las principales características del análisis didáctico en el contexto de la formación de profesores y una conceptualización parcial de los procesos de aprendizaje que tienen lugar en programas de formación basados en el modelo del análisis didáctico. En la reflexión sobre el análisis didáctico profundizamos en la caracterización de la noción de organizador del currículo. Esto nos permitió establecer los tres tipos de conocimiento que se espera que los profesores en formación desarrollen en los planes de formación. Esta conceptualización nos llevó a destacar el papel de las técnicas del uso técnico y el uso práctico en la enseñanza y a establecer el conocimiento didáctico como amalgama de conocimiento teórico, técnico y práctico. Con base en estas ideas y en una posición socio-cultural del aprendizaje, propusimos unas pautas para el diseño de planes de formación, que ejemplificamos con un programa específico. En este último apartado enumeramos algunas de las múltiples cuestiones que se encuentran abiertas en relación con el análisis didáctico como fundamento para el diseño e implementación de programas de formación de profesores de matemáticas.

Se han realizado diversos estudios sobre el aprendizaje de los profesores en formación en programas basados en el análisis didáctico (e.g., Bedoya, 2002; Gómez, 2007; Lupiáñez, 2009; Ortíz, 2000). Algunos de ellos se han aproximado, con diferentes interpretaciones, al aprendizaje desde la perspectiva de los tres tipos de conocimiento de un organizador del currículo (Gómez, 2007; Lupiáñez, 2009). También se han propuesto esquemas metodológicos para establecer la evolución del conocimiento didáctico (Gómez, 2007; Gómez & Rico, 2004) y se han detectado algunas de las dificultades de los profesores en formación en su proceso de aprendizaje de los organizadores del currículo. No obstante, estos estudios se han centrado sobre todo en el desarrollo del significado de los organizadores del currículo por parte de los profesores en formación y no han profundizado, por ahora, en la problemática del aprendizaje de las técnicas del uso técnico y el uso práctico. Esta es una cuestión abierta que tiene que ver tanto con el aprendizaje, como con la enseñanza del análisis didáctico que estamos comenzando a abordar (Gómez y Cañadas, 2011; Polo, González, Gómez y Restrepo, 2011; Suavita, 2012).

La enseñanza de las técnicas del uso técnico y el uso práctico requiere, como primer paso, que se tengan disponibles esas técnicas para su inclusión

en los programas de formación. Este es un trabajo que se encuentra en proceso. Se inició con el ejemplo clásico de los listados para la estructura conceptual (Rico, Marín, Lupiáñez & Gómez, 2008) y se ha venido desarrollando en MAD. Pero, como lo hemos mencionado anteriormente, no se debe pensar que existe un conjunto ideal de técnicas para cada organizador del currículo. Cada programa de formación propone las técnicas que considera relevantes y eficientes dentro de su contexto y de acuerdo, tanto con el significado seleccionado para cada organizador del currículo, como con las visiones de los formadores acerca del aprendizaje de ese organizador del currículo. Por lo tanto, el diseño de las técnicas para el uso técnico y el uso práctico es un área de trabajo abierta en el diseño de los programas de formación.

La enseñanza de las técnicas también genera una variedad de preguntas que se relacionan con la forma en que los profesores en formación pueden usarlas y aprenderlas. En la figura 2 presentamos las opciones que hemos identificado en relación con las técnicas del uso técnico que los profesores en formación pueden poner en juego a la hora de analizar un tema de las matemáticas escolares (González & Gómez, en revisión).

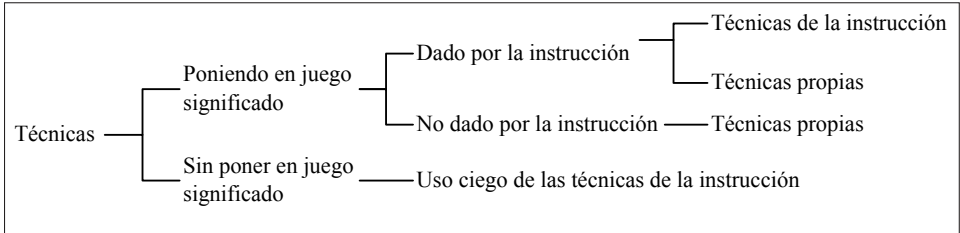


Figura 2. Puesta en juego de técnicas del uso técnico

Las técnicas que los profesores en formación utilizan en sus análisis pueden o no poner en juego el significado del organizador del currículo que han desarrollado hasta ese momento. Cuando ese significado corresponde al significado propuesto por la instrucción, ellos pueden usar las técnicas propuestas por la instrucción, o desarrollar técnicas propias acordes con ese significado. En caso de que pongan en juego aspectos del significado del organizador del currículo que no correspondan con lo propuesto por la instrucción, entonces ellos crean técnicas propias. Por el otro lado, los profesores en formación pueden sencillamente seguir las pautas dadas en la actividad y usar ciegamente las técnicas dadas por la instrucción. En este caso, las técnicas se deslindan del significado del organizador del currículo. Existe por consiguiente el riesgo de que el trabajo con las técnicas no contribuya

al desarrollo del significado. El diseño de los programas de formación debe tener en cuenta estos riesgos.

Cuando nos centramos en las técnicas del uso práctico, la problemática es aún más compleja y estamos apenas comenzando a explorarla (Polo et al., 2011). Tiene que ver con el uso coordinado de la información que surge del uso técnico de los organizadores del currículo en otros análisis o en el diseño de la unidad didáctica. En este caso las técnicas son variadas y dependen de la tarea profesional que se esté realizando. La caracterización de estas técnicas, de los procesos de justificación del diseño de la unidad didáctica con base en la información que surge de los organizadores del currículo y el estudio de su aprendizaje es un trabajo que está por realizarse.

Estamos realizando y tenemos previsto realizar diversos proyectos de investigación que buscan evaluar el impacto de MAD. Por ejemplo, en una tesis de maestría de la Universidad de Granada, se caracterizó la actuación de los tutores al comentar los borradores de sus grupos (Arias & Gómez, 2011). Hemos realizado dos proyectos que exploran y caracterizan el aprendizaje de los grupos con respecto a organizadores del currículo específicos —fenomenología (Gómez & Cañadas, 2011) y caminos de aprendizaje (Suavita, 2012)— y estamos realizando otro sobre errores y dificultades. Hemos venido analizando el impacto del programa en los procesos curriculares de los colegios a los que pertenecen los estudiantes de MAD (Restrepo & Gómez, 2011). Y esperamos realizar un proyecto que evaluará el impacto del programa en términos del rendimiento de los escolares en las pruebas de Estado. Estos proyectos buscan evaluar el programa desde la perspectiva de las opiniones y el aprendizaje de los participantes, el impacto en la institución y los efectos en el aprendizaje de los escolares.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arenas, F., Becerra, M., Morales, F., Urrutia, L. & Gómez, P. (2012). Razones trigonométricas. En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 1* (pp. 342-414). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1895/>
- Arias, M. & Gómez, P. (2011). *Actuación de tutores en un programa de formación de postgrado para profesores de matemáticas*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Granada, Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1771/>
- Aristóteles. (1984). *Ética a Nicómaco* (P. S. Abril, Trad.). Barcelona, España: Ediciones Orbis.



- Back, S. (2002). The Aristotelian challenge to teacher education. *History of Intellectual Culture*, 2(1), 2-4.
- Becerra, O. J., Buitrago, M. R., Calderón, S. C., Gómez, R. A., Cañadas, M. C. & Gómez, P. (2012). Adición y sustracción de números enteros. En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 1* (pp. 19-75). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1890/>
- Bedoya, E. (2002). *Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras gráficas*. Tesis de PhD no publicada, Universidad de Granada, Granada, España.
- Bernal, M. L., Castro, D. P., Pinzón, Á. A., Torres, Y. F. & Romero, I. (2012). Método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 1* (pp. 200-260). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1893/>
- Cifuentes, Á. P., Dimaté, L. E., Rincón, A. M., Velásquez, J. R., Villegas, M. P. & Flores, P. (2012). Ecuaciones lineales con una incógnita. En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 1* (pp. 76-141). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1891/>
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/444/>
- Gómez, P. (2012). Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 1. Descargado, 2012, de <http://tinyurl.com/7blb2nf>
- Gómez, P. & Cañadas, M. C. (2011). La fenomenología en la formación de profesores de matemáticas. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 2(Especial), 78-89. Disponible en <http://vys.uniandes.edu.co/index.php/vys/article/view/89/215>
- Gómez, P., Cañadas, M. C., Flores, P., González, M. J., Lupiáñez, J. L., Marín, A., et al. (2010). Máster en Educación Matemática en Colombia. En M. T. González, M. Palarea & A. Maz (Eds.), *Seminario de Investigación de los Grupos de Trabajo Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Educación Matemática de la SEIEM* (pp. 7-25). Salamanca, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/646/>
- Gómez, P. & González, M. J. (2009). Conceptualizing and exploring mathematics future teachers' learning of didactic notions. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación, Monografía XII*, 223-235. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/431/>

- Gómez, P. & Restrepo, A. (2011). *Procesos de planificación en matemáticas y autonomía escolar*. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1592/>
- Gómez, P. & Restrepo, Á. M. (2010). Organización del aprendizaje en programas funcionales de formación de profesores de matemáticas. En G. García (Ed.), *11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 22-32). Bogotá, Colombia: CENGAGE Learning. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/644/>
- Gómez, P. & Rico, L. (2004). *Didactical knowledge development of preservice secondary mathematics teachers*. Trabajo presentado en 28th Conference oh the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Noruega. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1734/>
- Gómez, P. & Rico, L. (2007). Learning within communities of practice in preservice secondary school teachers education. *PNA*, 2(1), 17-28. Disponible en <http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Gomez2007Learning.pdf>
- González, M. J. & Gómez, P. (2008). Significados y usos de la noción de objetivo en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Investigación en educación matemática XII*, 425-434. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1211/>
- González, M. J. & Gómez, P. (en revisión). *Conceptualizing and describing teachers' learning of pedagogical concepts*. Trabajo enviado para publicación. Disponible en <http://tinyurl.com/bnlngs4>
- John, P. D. (2006). Lesson planning and the student teacher: re-thinking the dominant model. *Journal of Curriculum Studies*, 38(4), 483 - 498.
- Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Granada, Granada, España.
- Mora, M. F., Nieto, E. X., Polanía, D. L., Romero, M. L. & González, M. J. (2012). Razones trigonométricas vistas a través de múltiples lentes. En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 1* (pp. 261-341). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1894/>
- Ortíz, J. (2000). *Modelización y calculadora gráfica en la formación inicial de profesores de matemáticas. Memoria de tercer ciclo*. Tesis de PhD no publicada, Universidad de Granada, Granada, España.
- Polo, I., González, M. J., Gómez, P. & Restrepo, Á. M. (2011). Argumentos que utilizan los futuros profesores cuando seleccionan tareas matemáticas. En M. Marín, G. Fernández, L. Blanco & M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 491-502). Ciudad Real: SEIEM.
- Restrepo, A. & Gómez, P. (2011). *Planes de área en matemáticas y autonomía escolar: un estudio de casos*. Trabajo presentado en III Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas, Medellín, Colombia.

- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona, España: ICE-Horsori. Disponible en <http://tinyurl.com/cyrkdrq>
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L. & Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma*, 58, 7-23. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/533/>
- Saugstad, T. (2005). Aristotle's contribution to scholastic and non-scholastic learning theories. *Pedagogy, Culture & Society*, 13(3), 347-366.
- Serrano, A., Moreno, E., Santoyo, S., Hernández, Y., Gutiérrez, Y. & Lupiáñez, J. L. (2012). Ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita. En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 1* (pp. 142-199). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1892/>
- Suavita, M. A. (2012). *Aprendizaje de profesores sobre el organizador del currículo hipótesis de aprendizaje*. Tesis de master no publicada, Universidad de Granada, Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1917/>